TNA001
Kontrollskrivning 4_09. Svar med kommentarer/Lösningar

1. **A är falskt,** ty **u** kan inte skrivas $\mathbf{u}=t\mathbf{v}$, ngt $t\in\mathbf{R}$.

B är sant, ty om θ är vinkeln mellan **u** och **v**, så har vi $\cos\theta=\dfrac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{|\mathbf{u}|\cdot|\mathbf{v}|}=\dfrac{\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\1\end{pmatrix}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}}=$

$=\dfrac{-2-1+1}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}}=-\dfrac{2}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}}<0$, vilket innebär att θ är trubbig.

C är falskt, ty $(\mathbf{u}+\mathbf{v})\cdot(\mathbf{u}-\mathbf{v})=\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\-2\\0\end{pmatrix}=-3\neq 0$.

2. **A är sant**, ty om vi väljer $t=0$ i linjens ekvation så får vi punkten $(0,0,0)$.
B är sant, (Jämför t.ex. med Ex 4.6 i kompendiet ”Vektorer, linjer och plan”.) Bilda vektorn $\mathbf{u}=\overrightarrow{OP}=\begin{pmatrix}-2\\5\\0\end{pmatrix}$, så har vi enligt projektionsformeln att den ortogonala projektionen av **u** på linjens riktningsvektor $\mathbf{v}=\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}$ är $\mathbf{u}_{\parallel\mathbf{v}}=\dfrac{\begin{pmatrix}-2\\5\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}}{6}\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\4\\2\end{pmatrix}$. Om Q är punkten P:s ortogonala projektion på linjen så är $\overrightarrow{OQ}=\mathbf{u}_{\parallel\mathbf{v}}=\begin{pmatrix}-2\\4\\2\end{pmatrix}$, vilket innebär att $Q=(-2,4,2)$.

C är sant, ty planets normalvektor $\mathbf{n}=\begin{pmatrix}1\\-2\\-1\end{pmatrix}$ är parallell med linjens riktningsvektor $\mathbf{v}=\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}$.

3. Det gäller att finna ett plan vars normalvektor är vinkelrät mot det givna planets normal. Välj t.ex. planet $x-2z=0$, så har vi att skalärprodukten mellan planens normaler $=\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}=0$.

Svar: T.ex. planet $x-2z=0$

4. a) Punkten insatt i planets ekvation ger en ekvation i α: $2\alpha+3-(-1)=3\Leftrightarrow 2\alpha=-1\Leftrightarrow\alpha=-\dfrac{1}{2}$.
b) Punkten insatt i planets ekvation ger $2\cdot 3+\beta-\gamma=3\Leftrightarrow\beta-\gamma=-3$.
Svar: a) $\alpha=-\dfrac{1}{2}$, b) $\beta-\gamma=-3$.

5. Vi skriver systemet på matrisform: $\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&-1&1\\3&2&-4&3\\2&-1&-5&2\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&-1&1\\0&1&1&0\\0&3&3&0\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&-1&1\\0&1&1&0\\0&0&0&0\end{array}\right)\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+2t\\y=-t\\z=t\end{cases},\ t\in\mathbf{R}$.

Vi kontrollerar genom att sätta in lösningen i resp. ekvation i det ursprungliga systemet.
Ekvation 1: VL = $(1+2t)+(-t)-t=1$ = HL, Ekvation 2: VL = $3(1+2t)+2(-t)-4t=3$ = HL,
Ekvation 3: VL = $2(1+2t)-(-t)-5t=2$ = HL. Kontrollen visar alltså att vi funnit korrekt lösning.

Svar: $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix},\ t\in\mathbf{R}$