TNA001
Kontrollskrivning 3 – Svar med kommentarer/Lösningsskisser.
2010-09-20 Sixten Nilsson

1. Svar enligt tabellen

	$1-3x$	$\ln x$	e^{-x}	3^x	$\cos x$	$\cos(3x)$
Har definitionsmängd $=\mathbf{R}$	x		x	x	x	x
Är strängt växande på hela sin definitionsmängd		x		x		
Är strängt avtagande på hela sin definitionsmängd	x		x			
Har värdemängd $=\mathbf{R}$	x	x				
Har värdemängd $[-1,1]$					x	x

2. a) Ekvationens termer är definierade om $12-x>0 \;\; och \;\; x>0$, d.v.s. för $x\in\,]0,12[\,=D_{ekv}$.
För $x\in D_{ekv}$ har vi
$\ln(12-x)-2\ln x=0, x\in D_{ekv} \Leftrightarrow \ln(12-x)=\ln x^2, x\in D_{ekv} \Leftrightarrow$ (ty ln - funktionen är omvändbar)$\Leftrightarrow$
$12-x=x^2, x\in D_{ekv} \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow x=3$
(Observera att andragradekvationens andra rot, $x=-4$, inte är lösning till den givna ekvationen, ty $x=-4\notin D_{ekv}$.)

Svar: $x=3$.

b) $e^{2x}+e^x-12=0 \Leftrightarrow /\,\text{Sätt } t=e^x>0\,/ \Leftrightarrow t^2+t-12=0, t>0 \Leftrightarrow \ldots\Leftrightarrow\ldots\Leftrightarrow t=3 \Leftrightarrow e^x=3 \Leftrightarrow x=\ln 3$
(Observera att andragradekvationens andra rot, $t=-4$, ej kan vara lösning eftersom $t=e^x>0$.)

Svar: $x=\ln 3$

3. **A är falskt,** ty VL = $\ln(3x\cdot 3y)=\ln(3x)+\ln(3y)\neq$ HL = $\ln(3x+3y)$.
(Låt t.ex. $x=y=\frac{1}{3}$ så får vi VL = $\ln 1=0$, medan HL = $\ln(1+1)=\ln 2\neq 0$.)
B är sant, ty enligt logaritmlag har vi VL = $\ln(3x)-\ln(3y)=\ln\frac{3x}{3y}=\ln\frac{x}{y}=$ HL.
C är sant, ty VL = $\underbrace{e^{\ln(3x)}}_{=3x}+\underbrace{\ln(3e^3)}_{=\ln 3+\ln e^3}-\underbrace{\ln(e^{3x})}_{=3x}=3x+\ln 3+\underbrace{\ln e^3}_{=3}-3x=\ln 3+3=3+\ln 3=$ HL.
D är falskt, ty VL = $(\ln x)^3=\ln(x)\cdot\ln(x)\cdot\ln(x)\neq 3\ln x=\ln(x^3)=\ln(x\cdot x\cdot x)=$ HL
(Låt t.ex. $x=e$ så har vi VL $=(\ln e)^3=1^3=1$ medan HL = $\ln e^3=3\ln e=3\cdot 1=3$.)
E är sant, ty enligt logaritmlag har vi VL $=\ln(x^{-3})+3\ln x=-3\ln x+3\ln x=0=$ HL.

Svar: B, C, E

4. **A är falskt,** ty $\sin\left(\frac{\pi}{4}+8\pi\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}+4\cdot 2\pi\right)=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{1}{\sqrt{2}}\neq\frac{\sqrt{3}}{2}$.
B är sant, ty $\cos\left(\frac{25}{4}\pi\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}+6\pi\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}+3\cdot 2\pi\right)=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{1}{\sqrt{2}}$.
C är sant, ty enligt trigonometriska ettan har vi
$\cos v=\frac{1}{4}\Leftrightarrow \sin v=\pm\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^2}=\pm\sqrt{1-\frac{1}{16}}=\pm\sqrt{\frac{15}{16}}=\pm\frac{\sqrt{15}}{4}$
D är falskt, ty för $\frac{3\pi}{2}<v<2\pi$ är $\cos v>0$.

Svar: B och C

5.

$$\sin\left(3x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 3x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{3}+n\cdot 2\pi \\ \quad \text{eller} \\ 3x-\frac{\pi}{3}=\pi-\frac{\pi}{3}+n\cdot 2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l} 3x=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3}+n\cdot 2\pi \\ \quad \text{eller} \\ 3x=\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{3}+n\cdot 2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 3x=\frac{2\pi}{3}+n\cdot 2\pi \\ \quad \text{eller} \\ 3x=\pi+n\cdot 2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=\frac{2\pi}{9}+n\cdot\frac{2\pi}{3} \\ \quad \text{eller} \\ x=\frac{\pi}{3}+n\cdot\frac{2\pi}{3} \end{array}\right. ,n\in \mathbf{Z}$$

Svar: $x=\frac{2\pi}{9}+n\cdot\frac{2\pi}{3}$ eller $x=\frac{\pi}{3}+n\cdot\frac{2\pi}{3}$, $n\in \mathbf{Z}$