

**TNA001**  
**Kontrollskrivning 2 (KTR1)**  
**Måndag 2011-09-05**  
**08.00 – 10.00**  
LiU/ITN  
Sixten Nilsson

**Namn:** \_\_\_\_\_

**Personnummer:** \_\_\_\_\_

**Klass:** \_\_\_\_\_

**Resultat:** \_\_\_\_\_

**Tillåtna hjälpmedel:**

- Skriv- och ritmateriel
- Egenproducerat formelblad som skall vara handskrivet i original och försett med underskrift/signatur samt namnförtydligande och personnummer.

**Poängsättning:**

Till uppgift 1 – 4, som bedöms med 1 eller 0 poäng, krävs endast svar. Svar skrivs på avsedd plats.  
Till uppgift 5, som bedöms med 2, 1 eller 0 poäng, skall du lämna lösning på avsedd plats.

1. Vilken eller vilka av följande funktioner har invers?

A.  $f_1(x) = |x + 3|, D_{f_1} = \mathbb{R}$

B.  $f_2(x) = \sqrt{x - 3}, D_{f_2} = [3, \infty[$

C.  $f_3(x) = 3 - x^2, D_{f_3} = \mathbb{R}$

D.  $f_4(x) = 3 - x^2, D_{f_4} = [0, \infty[$

Svar: \_\_\_\_\_

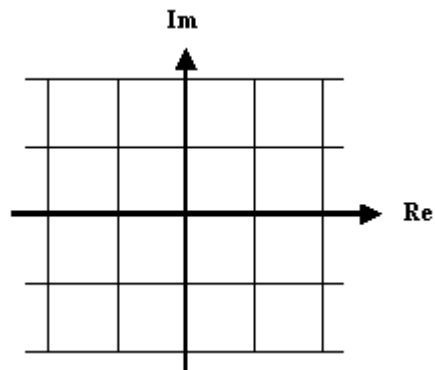
2. Låt  $z = x + iy$  där  $x$  och  $y$  båda är reella tal (båda ej 0 samtidigt) och  $i$  är den imaginära enheten. Bestäm, uttryckt i  $x$  och  $y$

a)  $\operatorname{Re} \frac{1}{z}$

b)  $|z + i^2 \bar{z}|^2$

Svar: a) \_\_\_\_\_ b) \_\_\_\_\_

3. Markera i det komplexa talplanet nedan alla komplexa tal  $z$  som *samtidigt* uppfyller de tre villkoren  $|z| \leq 1$ ,  $\operatorname{Re} z \geq 0$  och  $\operatorname{Im} z \leq 0$ . Ange skalindelning av axlarna.



4. Bestäm invers, inklusive definitionsmängd, till funktionen  $f(x) = 2 - 3x$ ,  $-1 \leq x \leq 4$ .

Svar: Inversen är \_\_\_\_\_

$D_{f^{-1}} =$  \_\_\_\_\_

5. Visa att  $\sum_{k=1}^n (2 \cdot 3^k) = 3^{n+1} - 3$  för alla  $n \in \mathbf{Z}^+$ . Använd gärna ett induktionsbevis. Lämna fullständig lösning.