

TNA001
Kontrollskrivning 2
Tisdag 2009-09-08
Tid: 08.00 – 10.00

Namn: _____

Personnummer: _____

Klass: _____

Resultat: _____

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Till uppgift 1 – 4, som bedöms med 1 eller 0 poäng, skall endast svar lämnas.

Till uppgift 5 skall du lämna lösning. Denna uppgift bedöms med 2, 1 eller 0p.

1. Vilket eller vilka av följande påståenden är sanna för funktionerna $f(x) = \sqrt{x+3}$, $x \geq -3$ och $g(x) = x^2 + 2x - 1$, $x \in \mathbf{R}$.

A. Funktionen f är strängt växande på hela sin definitionsmängd, $D_f = [-3, \infty[$.

B. Funktionen g antar alla värden i intervallet $] -\infty, \infty[$.

C. Funktionen g är omvändbar.

D. Funktionen f har invers med $f^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$.

Svar: _____

2. Vilken eller vilka av följande funktioner har invers?

A. $f_1(x) = |x+3|$, $x \in \mathbf{R}$

B. $f_2(x) = x+3$, $x \in \mathbf{R}$

C. $f_3(x) = x^2 - 3$, $x \geq 0$

D. $f_4(x) = x^2 - 3$, $x \in \mathbf{R}$

Svar: _____

3. Vilket eller vilka påståenden är sanna för alla komplexa tal z ?

A. $|\bar{z}| = |z|$

B. $z \cdot \bar{z} = |z|$

C. $|\operatorname{Re} z| \leq |z|$

D. $\operatorname{Re}\left(\frac{\bar{z}}{z}\right) = 1$

Svar: _____

4. Låt z vara ett komplext tal med $z = x + iy$, $x \in \mathbf{R}$, $y \in \mathbf{R}$. Vilket samband mellan x och y beskriver ekvationen $\operatorname{Re}(z + i\bar{z}) = 1$?

Svar: _____

5. Visa att $\sum_{k=1}^n (4 \cdot 5^{k-1}) = 5^n - 1$ för alla $n \in \mathbf{Z}^+$. Använd gärna ett induktionsbevis. Lämna fullständig lösning.