**TNA001**
**Kontrollskrivning 1 – Svar med kommentarer/Lösningar**
**2009-09-25 Sixten Nilsson**

1. Linjernas ekvationer på *k*-form är $L_1 : y = 2x + 3$, $L_2 : y = 2x + 10$ och $L_3 : y = -\frac{1}{2}x$

**a)** $L_1$ är vinkelrät mot $L_3$ ty produkten av deras riktningskoefficienter är $2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$. Detta gäller även för produkten av riktningskoefficienterna för $L_2$ och $L_3$.
**Svar:** $L_1$ är vinkelrät mot $L_3$ och $L_2$ är vinkelrät mot $L_3$.
**b)** $L_1$ är parallell med $L_2$ ty deras riktningskoefficienter är lika.
**Svar:** $L_1$ är parallell med $L_2$.
**c)** För $x = 0$ får vi $y = 0$ enbart för $L_3$.
**Svar:** $L_3$.
**d)** Nej, ty ingen av linjerna kan skrivas som $x = a$ där $a \in \mathbf{R}$.
**Svar:** Nej, ingen av linjerna är parallell med *y*-axeln.

2. **A är sant.** Studera olika fall med positiva eller negativa värden på *a* och *b*, så inses att påståendet är sant.
**B är falskt.** Vi har $\sqrt{a^2b^2} = \sqrt{(ab)^2}$. Välj t.ex. *a* positivt (t.ex. $a = 3$) och *b* negativt (t.ex. $b = -2$) så ”ser” vi att påståendet inte stämmer. **Anm:** Det gäller att $\sqrt{a^2b^2} = \sqrt{(ab)^2} = |ab|$.
**C är falskt.** Välj t.ex. *a* positivt (t.ex. $a = 3$) och *b* negativt (t.ex. $b = -2$) så ”ser” vi att påståendet inte stämmer. Anm: Enligt triangelolikheten gäller det allmänt att $|a+b| \le |a| + |b|$.

3. **A är sant** ty $p(2) = 0$. Enligt faktorsatsen är då $x - 2$ faktor i $p(x)$.
**B är sant** ty sätt $p(x) = x^5 - x^4 - 18x^3 - 14x^2 + 17x + 15$ så får vi $p(-1) = 0$, vilket enligt faktorsatsen innebär att $(x - (-1) = (x+1)$ är faktor i $p(x)$, d.v.s. resten = 0 vid polynomdivisionen $\frac{p(x)}{x+1}$.
**C är sant,** ty vi har $(x-2)^6 = (-2+x)^6 = \sum_{k=0}^{6} \binom{6}{k} (-2)^{6-k} x^k$.
**D är sant,** ty med $x = 5$ är VL = $|2 - 15| - 5 = |-13| - 5 = 13 - 5 = 8$.

4. **A är sant,** ty i den givna olikheten har vi subtraherat VL och HL med samma uttryck.
**B är falskt,** ty denna olikhet har bara samma lösning som den givna om vi enbart studerar fallet $x > 3$
**C är falskt,** ty då vi multiplicerar en olikhet med ett negativt tal får vi olikheten åt andra hållet (d.v.s. olikheten $-\frac{x}{2} > -\frac{1}{x-3}$ har samma lösningsmängd som den givna).
**D är sant**, ty vi har här multiplicerat den givna olikheten med (det positiva) talet 3.

5. Vi faktoriserar ekvationens vänstra led och får

$$x^3 + 3x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 3x - 10) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{eller} \\ x^2 + 3x - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{eller} \\ \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - \frac{40}{4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ \text{eller} \\ \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{eller} \\ x + \frac{3}{2} = \pm\frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{eller} \\ x = 2 \text{ eller } x = -5 \end{cases}$$

**Svar:** $x = -5$ eller $x = 0$ eller $x = 2$