

Uppföljning av
diagnostiskt prov
för
ingenjörsstuderande.

HT-2011.

Avsnitt	Ungefärligen motsvarande uppgifter på diagnosen
1. Räknefärdighet	1 – 7
2. Algebra, ekvationer	1 – 7, 8 – 10
3. Koordinatsystem, räta linjer	8 – 10
4. Funktionerna $\ln x$ och e^x .	11 – 17
5. Trigonometri	18 – 21

Repetitionen, om den görs på egen hand, bör göras enligt följande tabell:

Uppgifter på diagnostiska provet	Avsnitt i repetitionsmaterialet (*)
1-7	Kap 1 - 2.2
8-10	Kap 2.5, Kap 3
11-17	Kap 4
18-22	Kap 5

(*)

De som följer den lärarledda repetitionen får instruktioner i samband med denna.

1. Räknefärdighet

1.1 Bråkräkning

- Beräkna och beskriv vilka prioriteringsregler som används.
a) $6 - 2 \cdot 3$ b) $(6 - 2) \cdot 3$ c) $\frac{8-14}{2-7}$ d) $\frac{8}{2} - \frac{14}{7}$
- Faktorisera i primtalsfaktorer
a) 12 b) 22 c) 32 d) 72
- Bestäm minsta gemensamma nämnare till bråken
a) $\frac{1}{12}$ och $\frac{1}{22}$ b) $\frac{1}{32}$ och $\frac{1}{48}$
c) Ordna nedanstående tal i storleksordning med det minsta talet först.
 $\frac{1}{9}$ ' $\frac{5}{54}$ ' $\frac{7}{72}$
- Beräkna och skriv svaret i enklaste form (med minsta möjliga nämnare).
a) $\frac{4}{9} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6}$ b) $\frac{2}{15} - \frac{4}{27} + \frac{1}{8+10}$ c) $\frac{1}{14} + \frac{1}{42} - \frac{1}{9}$
- Utför multiplikationerna och svara i enklaste form.
a) $\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}$ b) $\frac{12}{21} \cdot \frac{7}{18} \cdot \frac{9}{4}$ c) $\frac{144}{95 \cdot 24} \cdot 38 \cdot \frac{30}{12}$
- Beräkna och skriv på enklaste form.
a) $\frac{3}{8} / \frac{5}{6}$ b) $\frac{\frac{4}{9}}{\frac{3}{4}} - \frac{1}{4}$ c) $\frac{\frac{5}{8} - 2}{\frac{3}{4} / 6}$
- Beräkna och skriv på enklaste form.
a) $\frac{\frac{1}{4} - \frac{3}{8}}{\frac{2}{21} + \frac{3}{28}}$ b) $\frac{1 - \frac{3}{5}}{\frac{2}{\frac{1}{3} - 1}}$ c) $2\frac{1}{4} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot 5\frac{1}{7}$

1.2 Kvadratroten ur a , $a \geq 0$ och n :te roten ur a ($\sqrt[n]{a}$).

- Förenkla
a) $5\sqrt{49} - 4\sqrt[3]{125} + 2(\sqrt{11})^2$ b) $2\sqrt{64+36} - 3\sqrt{169-144}$
c) $\sqrt{\frac{49}{25}}$ d) $\sqrt{18 \cdot 4}$
e) $\sqrt[3]{\frac{1000}{27}}$ f) $\sqrt[3]{-1000}$
g) $\sqrt[5]{32 \cdot 162}$ h) $(\sqrt[3]{27})^2 + (\sqrt{16})^3 - (\sqrt[5]{8})^5$

9. Bestäm x , $x > 0$, om

a) $\sqrt{x} = 5$

b) $\sqrt[3]{x} = 3$

c) $\sqrt[5]{x} = 2$

10. Förenkla så långt som möjligt. Skriv svaret utan kvadratroter i nämnaren. (Tips: Förläng med nämnarens konjugatuttryck.)

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$

c) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

d) $\frac{1}{3+\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}}$

e) $\frac{8}{\sqrt{5}+1} - \sqrt{5}$

f) $\frac{1}{2\sqrt{5}-2} - \frac{1}{8}$

1.3 Potenser

11. Ange värdet på det tal som i potensform har

a) basen 2 och exponenten 5

b) basen 9 och exponenten 3

12. Beräkna

a) $3^2 \cdot 3^3$

b) $3^2 + 3^3$

c) $3^2 - 3^3$

d) $\frac{3^2}{3^3}$

13. Beräkna

a) $\frac{5^2 \cdot 3^4}{3^3 \cdot 5^3}$

b) $\frac{(2^3)^3}{(3 \cdot 2)^2}$

c) $\frac{3^2}{2^5} \cdot \frac{2^4}{3^{-2}}$

d) $\frac{(5^2 \cdot 7)^{-3}}{(5^{-3} \cdot 7^{-2})^2}$

14. Skriv (om det går) som en potens med basen 3

a) $3^2 \cdot (27^{-1})^2$

b) $\frac{9 \cdot (3^{-2})^{-3}}{3^8 \cdot (18^0)^7}$

c) $\frac{(81^3)^{-1}}{243^{-2}}$

d) $\frac{(2 \cdot 3)^4}{6^2}$

15. Förenkla

a) $-(-3)^2$

b) $-(-1)^{10}$

c) $-(-1)^{27}$

d) $-(-2)^{-3}$

e) $4^{-1} \cdot 4^3 \cdot 4^{-4}$ till en potens av 2

16. Beräkna och skriv i bråkform

a) $3^{-2} - 2^2$

b) $5^0 - 5^{-2} + 5^{-3}$

17. Beräkna värdet av $3x^{-3} - y^z$ om $x = -2$, $y = \frac{1}{2}$ och $z = -2$.

18. Beräkna

a) $49^{1/2}$

b) $125^{-1/3} - \frac{1}{81^{1/4}}$

c) $8^{-2/3}$

d) $1000^{4/3}$

19. Skriv som en potens av 2

a) $8^{1/3}$

b) $32^{-2/3}$

c) $(\sqrt{8})^{4/3}$

d) $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{32}}\right)^{-1/5}$

2. Algebra

2.1 Potenser

20. Förenkla så långt som möjligt

b) $a^2 \cdot a^3$

b) $a^2 + a^3$

c) $b^2 - b^3$

d) $\frac{x^2}{x^3}$

21. Förenkla

b) $\frac{a^2 \cdot b^4}{b^3 \cdot a^3}$

b) $\frac{(x^3)^3}{(y \cdot x)^2}$

c) $\frac{x^2}{y^5} \cdot \frac{y^4}{x^{-2}}$

d) $\frac{(a^2 \cdot b)^{-3}}{(a^{-3} \cdot b^{-2})^2}$

22. Skriv (om det går) som en potens med basen a multiplicerad med en konstant.

b) $a^2 \cdot ((a^3)^{-1})^2$

b) $\frac{a^2 \cdot (a^{-2})^{-3}}{a^8 \cdot ((6a)^0)^7}$

c) $\frac{((a^4)^3)^{-1}}{(a^5)^{-2}}$

d) $\frac{(2a)^4}{(3a)^2}$

23. Förenkla till en potens av a .

a) $-(-a)^2$

b) $-(-a)^{-3}$

c) $(a^2)^{-1} \cdot (a^2)^3 \cdot (a^2)^{-4}$

24. Förenkla och skriv som ett rationellt uttryck

a) $x^{-2} - y^2$

b) $x^0 - x^{-2} + x^{-3}$

25. Skriv som en potens av a

a) $(a^3)^{1/3}$

b) $(a^5)^{-2/3}$

c) $(\sqrt{a^3})^{4/3}$

d) $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^5}}\right)^{-1/5}$

2.2 Räkeregler, konjugatregeln, kvadreringsreglerna, faktorisering, rationella uttryck.

26. Skriv som en summa

a) $\left(\frac{x}{2} + 1\right)\left(2x + \frac{1}{3}\right)$

b) $\left(\frac{3}{8}s - 1\right)\left(4 - \frac{s}{3}\right)$

c) $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

d) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

27. Skriv som en summa

a) $\left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3}x\right)^2$

b) $\left(\frac{2x+3}{5}\right)^2$

c) $(2y+1)(2y-1)$

d) $(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2})$

e) $(2\sqrt{3} + 1)(2\sqrt{3} - 1)$

f) $\left(\frac{x-3}{5}\right)\left(\frac{3+x}{5}\right)$

28. Skriv som en summa

a) $(3 + 2x)(2x + 3)$

b) $(s - 4)(4 - s)$

c) $\left(1 - \frac{3x}{2}\right)\left(\frac{3x}{2} - 1\right)$

d) $(1 + 0,1x)(0,1x - 1)$

29. Skriv som en summa.

a) $(a+b-c)^2$

b) $(a-b-c)^2$

c) $\left(x - \frac{y}{2} + \frac{z}{3}\right)^2$

d) $(1+2x)^3$

e) $\left(\frac{y}{3}-1\right)^3$

30. Undersök om följande uttryck kan delas upp i faktorer. Utför faktoriseringen där så är möjligt

a) $y^2 - 4x^2$

b) $x^3 + 2x^2 + x$

c) $x^4 - 2x^3 + x^2$

d) $a(x+y) - b(x+y)$

e) $ac - bc - a + b$

f) $x(a-b) - y(a+b)$

31. Förenkla

a) $\frac{15x+3}{3}$

b) $\frac{15x+3}{3x+6y}$

c) $\frac{12}{4x+8}$

d) $\frac{12x}{4xy+8x}$

e) $\frac{13x}{x^2+5}$

f) $\frac{17y}{9y^2+4y}$

32. Förenkla

a) $\frac{2x+8}{x^2+2x-8}$

b) $\frac{7ab}{a^2b^2+9ab}$

c) $\frac{2x^2-3x+2-x^2+4x-8}{2x-4}$

33. Förenkla de rationella uttrycken

a) $\frac{(2x+3)-(x+1)}{1+(2x+3)}$

b) $\frac{(x+y)^2-2xy}{x^2+y^2}$

c) $\frac{x^2-1}{1+x}$

d) $\frac{9x^2+12xy+4y^2}{9x^2-4y^2}$

e) $\frac{a^2x^3-x}{ax^2-x}$

f) $\frac{t^3-t^2}{t-t^2}$

34. Förenkla

a) $1 - \frac{a}{a+b}$

b) $\frac{3}{x-1} - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2-x}$

c) $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{x+y}\right)$

d) $\frac{\frac{x}{y}+1}{\frac{x}{y}-1}$

e) $\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}}$

f) $\frac{\frac{p}{3} - 2 + \frac{3}{p}}{1 - \frac{3}{p}}$

g) $\frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$

35. Skriv om till ett uttryck med kvadratroten bara i täljaren.

a) $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

b) $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$

c) $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$

36. Skriv om till ett uttryck med kvadratroten bara i nämnaren.

a) $\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$

b) $\frac{x^2-1}{\sqrt{x}+1}$

2.3 Kvadratkomplettering

37. Kvadratkomplettera polynomen

a) $x^2 + 3x - 1$

b) $x^2 - 9x + 20$

c) $x^2 - \frac{3}{5}x + \frac{1}{10}$

d) $-x^2 - \frac{x}{2}$

e) $3x^2 - 2x + 1$

f) $-2x^2 + 5x - 2$

38. Bestäm eventuella största eller minsta värden för polynomen i uppgift 35 ovan.
Ange också för varje polynom det x -värde för vilket respektive extremvärde antas.

2.4 Faktorsatsen, polynomdivision

39. Bestäm kvoten och resten vid division av $p(x)$ med $q(x)$ om

a) $p(x) = x^2 - 2x + 3$, $q(x) = x - 1$

b) $p(x) = x^3 + 5x^2 - x + 1$, $q(x) = x + 3$

c) $p(x) = 9 - x^3 + 2x^2$, $q(x) = x - 3$

40. Skriv följande rationella uttryck som en summa av ett polynom och ett rationellt uttryck.

a) $\frac{x^2 + x + 1}{x - 2}$

b) $\frac{17x^2 + 5}{x + 3}$

41. Visa att polynomet

a) $f(x) = x^6 + 2x^5 + x^3 + x + 3$ har en faktor $x + 1$

b) $g(x) = x^7 - 128$ har en faktor $x - 2$

c) $h(x) = x^{47} - 5x^{73} + 4x^{11}$ är delbart med $x + 1$

42. Faktorisera i förstagsuttryck

a) $p_1(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

b) $p_2(x) = \frac{x}{8} + \frac{x^2}{4} - x^3$

c) $p_3(x) = 13x^2 - 44x - x^3 + 32$

2.5 Ekvationer

43. Lös ekvationerna

a) $4x - 15 = 5x + 3$

b) $\frac{14x}{3} - \frac{1}{2}x - 5 = 3x$

c) $4(2x - 3) - 3(2 - x) = 2(1 - x)$

44. Lös ekvationerna (tänk på att alla är s.k. nollprodukter).

a) $(x - 3)(2 - x) = 0$

b) $(2x - 1)(2 + 3x) = 0$

c) $9x(2x + 1) = 0$

d) $(x - 1)\left(2x + \frac{1}{2}\right)(x + 84) = 0$

45. Lös ekvationerna

a) $2x^2 - 6x + 3 = 0$

b) $12x - 9x^2 = 4$

c) $4x(x+3) = 7$

d) $x + \frac{242}{x} = 33$

e) $3x^2 = 12 - 9x$

f) $11x + 12 = 2x^2$

g) $\frac{x}{3} = \frac{2}{x-1}$

h) $\frac{x-3}{2} = \frac{4x}{x-1}$

i) $\frac{x+2}{2x} = \frac{3x-1}{x+1}$

46. Konstruera en andragradsekvation som har lösningarna (rötterna)

a) $x = 5$ eller $x = -2$

b) $x = 10$ eller $x = 20$

c) $x = 1 - \sqrt{2}$ eller $x = 1 + \sqrt{2}$

d) $x = 1 - \sqrt{5}$ eller $x = 1 + \sqrt{5}$

e) dubbelroten $x = -3$

f) dubbelroten $x = 1 - \sqrt{2}$

47. Sök alla reella rötter till ekvationerna

a) $x^4 - 14x^2 + 45 = 0$

b) $(x^2 - 1)^2 + 2(x^2 - 1) = 8$

c) $x^6 = 9 + 8x^3$

48. Sök alla reella rötter till ekvationerna

a) $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$

b) $x^3 + 8x = 5x^2 + 4$

49. Faktoriser i förstagsuttryck polynomet

a) $p_1(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

b) $p_2(x) = \frac{x}{8} + \frac{x^2}{4} - x^3$

c) $p_3(x) = 13x^2 - 44x - x^3 + 32$

50. Visa att ekvationen $x^3 + 6x^2 + 3x - 10 = 0$ har lösningen $x = 1$. Bestäm därefter ekvationens övriga lösningar.

51. Lös ekvationerna

a) $x^3 - 2x + 1 = 0$

b) $2x^3 - 5x + 3 = 0$

c) $x^3 - 2x^2 - 6x + 9 = 0$

52. Polynomet $p(x) = x^3 - 5x^2 - 8x + 48$ är givet. Ekvationen $p(x) = 0$ har en dubbelrot $x = 4$. Bestäm alla rötter till ekvationen.

53. Lös ekvationerna

a) $\sqrt{1+4x} = 4x - 1$

b) $3x + \sqrt{2-x} = 2$

c) $x + \sqrt{3x+7} = 1$

3. Koordinatsystem, räta linjer

54. Rita linjen som har ekvationen
a) $y = x + 2$ b) $y = -2x + 3$ c) $y = -2$ d) $x = -2$
55. Ange tre punkter på linjen med ekvationen $y = 10x - 4$.
56. Rita linjerna med ekvationerna nedan i samma koordinatsystem.
a) $2x + y - 1 = 0$ b) $x - 2y = 4$ c) $y - 2x = 1$
57. Bestäm en ekvation för den räta linje som går genom punkterna
a) (1,2) och (-1,4) b) (-1,2) och (-1,4) c) (3,5) och (-1,4)
d) (2,-200) och (-13,-200) e) (120,300) och (-13,-200)
58. Bestäm en ekvation för den räta linje som har den givna riktningskoefficienten, k , och som går genom den angivna punkten.
a) $k = 2$ och punkten är (1,1)
b) $k = -4$ och punkten är (2,-1)
c) $k = \frac{1}{3}$ och punkten är (3,1)
d) $k = -\frac{2}{5}$ och punkten är (40,-30)
59. Bestäm, om möjligt, skärningspunkten mellan linjerna
a) $y = 2x - 1$ och $y = -2x + 2$
b) $y = 2x - 1$ och $y = -3x + 2$
c) $y = 2x - 1$ och $y = -\frac{x}{2} + 2$
d) $y = 2x - 1$ och $30x - y + 2 = 0$
60. Bestäm, om möjligt, skärningspunkten mellan koordinataxlarna och linjen
a) $y = 4x + 5$
b) $3x - 4y = 8$
c) $x = 2$
d) $y = -500$
61. Bestäm, om möjligt, skärningspunkten mellan linjen $y = 4x + 5$ och linjen
a) $y = 4$ b) $y = -3$ c) $x = 2$ d) $x = -10$
62. Bestäm, om möjligt, skärningspunkten mellan linjen $y = -5x - 8$ och linjen
a) $x + y = 0$ b) $10x + 2y + 16 = 0$
63. Bestäm (valfria) värden på konstanterna a , b och c så att den räta linjen $ax + by + c = 0$ blir
a) parallell med linjen $y = -3x + 8$.
b) parallell med y -axeln
c) parallell med x -axeln

4. Funktionerna $\ln x$ och e^x .

64. Förenkla

a) $\ln 2 + \ln 4$ b) $\ln 12 - \ln 3$ c) $\ln 9 + \ln \frac{1}{3} - \ln 3^3$

65. Förenkla

a) $\ln e^2$ b) $\ln \sqrt{e} + \ln \frac{1}{e}$ c) $\ln e^e$

66. Lös ekvationerna

a) $\ln x = 3$ b) $\ln(2x) = 2$ c) $\ln(x+1) = 1$ d) $\ln(x-1) = -1$

67. Lös ekvationerna

a) $e^x = 4$ b) $e^{9x} = 1$ c) $e^{3x-1} = 2$ d) $e^{4x+3} = -1$

68. Lös ekvationerna

a) $\ln(x+3) - \ln(x+1) = \ln 2$ b) $2 \ln(x+2) = \ln x + 2 \ln 3$

69. Bestäm definitionsmängderna till uttrycken

a) $\ln \frac{x}{2-x}$ b) $\ln(x^2 - x - 2)$

70. Bestäm lösningsmängden till olikheterna

a) $\ln(2x-3) > \ln(5-2x)$ b) $\ln(x^2 - 6) \leq \ln x$

71. Antag att $e^x = \sqrt{2}$ och $e^y = \sqrt{8}$. Förenkla så långt som möjligt

a) e^{x+y} b) e^{2x} c) e^{x-y} d) e^{4x-2y}

72. Förenkla följande uttryck (inte samma x och y som i föregående uppgift)

a) $\frac{e^{2x}e^{-y}}{e^{x-y}}$ b) $\left(\frac{e^{-2x}e^y}{e^{-x}e^{2y}}\right)^{-1}$

5. Trigonometri

73. Rita ett koordinatsystem med en enhetscirkel som har medelpunkt i origo. Markera en godtycklig punkt (a, b) på enhetscirkelns rand och utnyttja denna punkts koordinater för att definiera cosinus, sinus och tangens för ett reellt tal x . Finns det något eller några x som respektive funktion INTE gäller för?
74. Ange ett samband mellan radianer och grader (1 varv = 360°).
75. Skriv om till radianer
a) 0° b) 30° c) 45° d) 60° e) 90°
76. Skriv om till radianer
a) 120° b) 180° c) 360°
77. Skriv om till grader
a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{4\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{12}$ d) $\frac{5\pi}{4}$
78. Bestäm $\cos v$, $\sin v$ och $\tan v$ om
 $v = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}$ respektive $v = \pi$.
79. Ange additions- och subtraktionsformlerna för cosinus och sinus.
80. Visa formlerna för $\cos 2v$ och $\sin 2v$ genom att använda resultatet i uppgift 79.
81. Bestäm de exakta värdena på återstående trigonometriska funktionerna då
a) $\cos \alpha = 3/5$ och α ligger i första kvadranten.
b) $\sin \alpha = 7/25$ och α ligger i andra kvadranten.
c) $\tan \alpha = 3$ och α ligger i tredje kvadranten.
82. Bestäm exakta värden för $\sin 15^\circ$, $\cos 15^\circ$ och $\tan 15^\circ$.
Ledning: $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$
83. Förenkla följande uttryck
a) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$
b) $\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right)$
c) $\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$
84. Bevisa följande trigonometriska formler
a) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$ b) $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha$ c) $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

85. a) α är en vinkel i andra kvadranten, $\sin \alpha = 4/5$. Bestäm $\sin 2\alpha$ och $\cos 2\alpha$.
 b) $\cos \alpha = 1/3$. Bestäm $\cos 2\alpha$ om α är en vinkel i första kvadranten.

86. Bevisa följande trigonometriska formler

$$\text{a) } \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2} \qquad \text{b) } \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

87. Rita, med enhetscirkeln som utgångspunkt, en relevant figur som illustrerar lösningsmängden till ekvationen

$$\text{a) } \sin x = a \qquad \text{b) } \cos x = a \qquad \text{c) } \tan x = a$$

88. Lös ekvationen

$$\text{a) } \sin x = \sin \frac{\pi}{5} \qquad \text{b) } \sin x = \frac{1}{2} \qquad \text{c) } \sin x = 0 \qquad \text{d) } \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

89. Lös ekvationen

$$\text{a) } \cos x = \cos \frac{\pi}{20} \qquad \text{b) } \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \text{c) } 2 \cos x = 1 \qquad \text{d) } \cos x = 0$$

90. Lös ekvationen

$$\text{a) } \tan x = \tan \frac{2\pi}{7} \qquad \text{b) } \tan x = -\sqrt{3} \qquad \text{c) } \sqrt{3} \tan x = 1$$

d) $\tan^2 x = 1$ (Ledning: Ekvationen är ekvivalent med $\tan x = \pm 1$)

91. Bestäm samtliga lösningar till ekvationen

$$\text{a) } \sin 3x = \frac{1}{2} \qquad \text{b) } \cos 2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \text{c) } \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \text{ om } 0 \leq x \leq \pi.$$

92. Lös ekvationen genom att t.ex. utnyttja att $\cos v = \sin\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$ eller $\sin v = \cos\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$.

$$\text{a) } \cos 3x = \sin 4x \qquad \text{b) } \cos \frac{x}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), \quad x \in \left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$$

c) $\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

93. Lös ekvationen

$$\text{a) } \cos^2 x = \frac{1}{2} \qquad \text{b) } \sin^2 x = \frac{3}{4}$$

c) $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$ (Sätt t.ex. först $\cos x = t$)

94. Lös ekvationen genom att bl.a. utnyttja trigonometriska ettan.

$$\text{a) } 2 \cos^2 x - \sin x = 1 \qquad \text{b) } \sin^2 x + \cos x = \frac{5}{4}$$

95. Lös ekvationen

$$\text{a) } \cos x \sin x = 0$$

$$\text{b) } \sin 2x = 2 \sin x$$

$$\text{c) } \cos 2x = \cos^2 x + 3 \sin x, \quad x \in [-3\pi, 0[$$

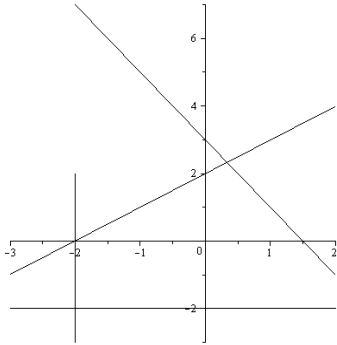
$$\text{d) } \sin 2x = \sqrt{2} \cos x, \quad x \in \left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$$

Svar

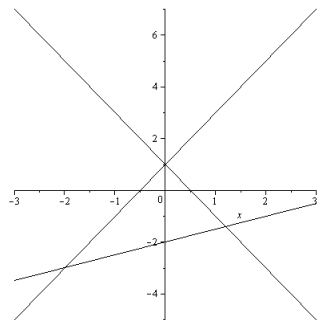
1. a) 0 b) 12 c) $\frac{6}{5}$ d) 2
2. a) $2 \cdot 2 \cdot 3$ b) $2 \cdot 11$ c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
3. a) 132 b) 96 c) $\frac{5}{54} < \frac{7}{72} < \frac{1}{9}$
4. $-\frac{5}{36}$ b) $\frac{11}{270}$ c) $-\frac{1}{63}$
5. a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) 6
6. a) $\frac{9}{20}$ b) $\frac{37}{108}$ c) -11
7. a) $-\frac{21}{34}$ b) $-\frac{2}{15}$ c) 27
8. a) 37 b) 5 c) $\frac{7}{5}$ d) $6\sqrt{2}$
- e) $\frac{10}{3}$ f) -10 g) $2\sqrt[5]{162}$ h) 65
9. a) $x = 25$ b) $x = 27$ c) $x = 32$
10. a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $3 + 2\sqrt{2}$ c) $3 - \sqrt{3}$ d) $\frac{6 - 3\sqrt{6}}{6}$
- e) $\sqrt{5} - 2$ f) $\frac{\sqrt{5}}{8}$
11. a) 32 b) 729
12. a) 243 b) 36 c) -18 d) $\frac{1}{3}$
13. a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{128}{9}$ c) $\frac{81}{2}$ d) 7
14. 3^{-4} b) 3^0 c) 3^{-2} d) går inte
15. a) -9 b) -1 c) 1 d) $\frac{1}{8}$ e) 2^{-4}
16. a) $-\frac{35}{9}$ b) $\frac{121}{125}$
17. $-\frac{35}{8}$
18. a) 7 b) $-\frac{2}{15}$ c) $\frac{1}{4}$ d) 10000
19. a) 2 b) $2^{-10/3}$ c) 2^2 d) $2^{1/3}$
20. a) a^5 b) $a^2 + a^3$ c) $b^2 - b^3$ d) $\frac{1}{x}$
21. a) $\frac{b}{a}$ b) $\frac{x^7}{y^2}$ c) $\frac{x^4}{y}$ d) b
22. a) a^{-4} b) a^0 c) a^{-2} d) $\frac{16}{9}a^2$
23. a) $-a^2$ b) a^{-3} c) a^{-4}
24. a) $\frac{1 - x^2 y^2}{x^2}$ b) $\frac{x^3 - x + 1}{x^3}$
25. a) a b) $a^{-10/3}$ c) a^2 d) $a^{1/3}$
26. a) $x^2 + 13x/6 + 1/3$ b) $-s^2/8 + 11s/6 - 4$
- c) $a^3 + b^3$ d) $a^3 - b^3$

27. a) $9/25 - 4x/5 + 4x^2/9$ b) $4x^2/25 + 12x/25 + 9/25$
 c) $4y^2 - 1$ d) 4
 e) 11 f) $x^2/25 - 9/25$
28. a) $4x^2 + 12x + 9$ b) $-s^2 + 8s - 16$
 c) $-9x^2/4 + 3x - 1$ d) $0.01x^2 - 1$
29. a) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$ b) $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$
 c) $x^2 + y^2/4 + z^2/9 - xy + 2xz/3 - yz/3$ d) $1 + 6x + 12x^2 + 8x^3$
 e) $y^3/27 - y^2/3 + y - 1$
30. a) $(y + 2x)(y - 2x)$ b) $x(x + 1)^2$
 c) $x^2(x - 1)^2$ d) $(x + y)(a - b)$
 e) $(a - b)(c - 1)$ f) Ingen gemensam faktor finns.
31. a) $5x + 1$ b) $\frac{5x + 1}{x + 2}$ c) $\frac{3}{x + 2}$
 d) $\frac{3}{y + 2}$ e) $\frac{13x}{x^2 + 5}$ f) $\frac{17}{9y + 4}$
32. a) $\frac{2}{x - 2}$ b) $\frac{7}{ab + 9}$ c) $\frac{x + 3}{2}$
33. a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) $x - 1$
 d) $\frac{3x + 2y}{3x - 2y}$ e) $ax + 1$ f) $-t$
34. a) $\frac{b}{a + b}$ b) $\frac{2}{x - 1}$ c) $\frac{1}{x}$
 d) $\frac{x + y}{x - y}$ e) $\frac{ab}{b - a}$ f) $\frac{p - 3}{3}$
 g) $2x + h$
35. a) $\frac{x + 2\sqrt{x} + 1}{x - 1}$ b) $\frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{x - 1}$ c) $\sqrt{x^2 + 1} + x$
36. a) $\sqrt{x - 1}$ b) $(x + 1)(\sqrt{x} - 1) = x\sqrt{x} - x + \sqrt{x} - 1$
37. a) $(x + 3/2)^2 - 13/4$ b) $(x - 9/2)^2 - 1/4$ c) $(x - 3/10)^2 + 1/100$
 d) $-(x + 1/4)^2 + 1/16$ e) $3(x - 1/3)^2 + 2/3$ f) $-2(x - 5/4)^2 + 9/8$
38. a) $m = (-3/2, -13/4)$, d.v.s. minsta värde = $-13/4$ och fås för $x = -3/2$.
 b) $m = (9/2, -1/4)$ c) $m = (3/10, 1/100)$
 d) $M = (-1/4, 1/16)$ d.v.s. största värde = $1/16$ och fås för $x = -1/4$.
 e) $m = (1/3, 2/3)$ f) $M = (5/4, 9/8)$
39. a) $q(x) = x - 1, r = 2$ b) $q(x) = x^2 + 2x - 7, r = 22$
 c) $q(x) = -x^2 - x - 3, r = 0$
40. a) $x + 3 + \frac{7}{x - 2}$ b) $17x - 51 + \frac{158}{x + 3}$
41. a) Ty $f(-1) = 0$ (faktorsatsen) b) Ty $f(2) = 0$ c) Ty $f(-1) = 0$
42. a) $(x - 1)(x - 3)(x + 2)$ b) $-x(x - 1/2)(x + 1/4) = -\frac{x}{8}(2x - 1)(4x + 1)$
 c) $-(x - 1)(x - 4)(x - 8)$
43. a) $x = -18$ b) $x = \frac{30}{7}$ c) $x = \frac{20}{13}$
44. a) $x_1 = 3, x_2 = 2$ b) $x_1 = 1/2, x_2 = -2/3$
 c) $x_1 = 0, x_2 = -1/2$ d) $x_1 = 1, x_2 = -1/4, x_3 = -84$

45. a) $x = 3/2 \pm \sqrt{3} / 2$ b) $x_{1,2} = 2/3$
 c) $x_1 = 1/2, x_2 = -7/2$ d) $x_1 = 11, x_2 = 22$
 e) $x_1 = -4, x_2 = 1$ f) $x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{217}}{4}$
 g) $x_1 = -2, x_2 = 3$ h) $x_{1,2} = 6 \pm \sqrt{33}$
 i) $x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{65}}{10}$
46. T.ex. a) $x^2 - 3x - 10 = 0$ b) $x^2 - 30x + 200 = 0$
 c) $x^2 - 2x - 1 = 0$ d) $x^2 - 2x - 4 = 0$ e) $x^2 + 6x + 9 = 0$
 f) $x^2 - 2x(1 - \sqrt{2}) + 3 - 2\sqrt{2} = 0$
47. a) $x_{1,2} = \pm 3, x_{3,4} = \pm \sqrt{5}$ b) $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}$
 c) $x_1 = -1, x_2 = \sqrt[3]{9}$
48. a) $x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 2$ b) $x_1 = 1, x_{2,3} = 2$
49. a) $(x - 1)(x - 3)(x + 2)$ b) $-x(x - 1/2)(x + 1/4) = -\frac{x}{8}(2x - 1)(4x + 1)$
 c) $-(x - 1)(x - 4)(x - 8)$
50. $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = -5$
51. a) $x_1 = 1, x_{2,3} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ b) $x_1 = 1, x_{2,3} = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$ c) $x_1 = 3, x_{2,3} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$
52. $x = 4$ (dubbelrot) eller $x = -3$
53. a) $3/4$ b) $2/9$ c) -1
- 54.



55. T.ex. punkterna $(0, -4), (1, 6)$ och $(-1, -14)$
- 56.



57. a) $y = -x + 3$ b) $x = -1$ c) $y = \frac{x}{4} + \frac{17}{4}$
 d) $y = -200$ e) $500x - 133y - 20100 = 0$ eller $y = \frac{500}{133}x - \frac{20100}{133}$
58. a) $y = 2x - 1$ b) $y = -4x + 7$
 c) $y = \frac{x}{3}$ d) $y = -\frac{2}{5}x - 14$
59. a) $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$ b) $\left(\frac{3}{5}, \frac{1}{5}\right)$ c) $\left(\frac{6}{5}, \frac{7}{5}\right)$
 d) $\left(-\frac{3}{28}, -\frac{17}{14}\right)$
60. a) $\left(-\frac{4}{5}, 0\right)$ respektive $(0, 5)$
 b) $\left(\frac{8}{3}, 0\right)$ respektive $(0, -2)$
 c) $(2, 0)$ med x-axeln, ingen skärning med y-axeln
 d) $(0, -500)$ med y-axeln, ingen skärning med x-axeln
61. a) $\left(-\frac{1}{4}, 4\right)$ b) $(-2, -3)$ c) $(2, 13)$ d) $(-10, -35)$
62. a) $(-2, 2)$ b) Alla punkter på den givna linjen.
63. a) T.ex. linjen $6x + 2y - 16 = 0$
 b) Välj $a \neq 0$, $b = 0$ och c godtyckligt
 c) Välj $a = 0$, $b \neq 0$ och c godtyckligt
64. a) $3 \ln 2$ b) $2 \ln 2$ c) $-2 \ln 3$
65. a) 2 b) $-\frac{1}{2}$ c) e
66. a) $x = e^3$ b) $x = \frac{e^2}{3}$ c) $x = e - 1$ d) $x = \frac{1}{e} + 1$
67. a) $x = \ln 4$ b) $x = 0$
 c) $x = \frac{1 + \ln 2}{3}$ d) Lösning saknas
68. a) $x = 1$ b) $x = 1$ eller $x = 4$
69. a) $]0, 2[$ b) $]-\infty, -1[\cup]2, \infty[$
70. a) $\left]2, \frac{5}{2}\right[$ b) $\left]\sqrt{6}, 3\right]$
71. a) 4 b) 2
 c) $1/2$ d) $1/2$
72. a) e^x b) e^{x+y}
73. Se lämplig lärobok, t.ex. Forsling/Neymark
74. $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ resp. $1 = \frac{180^\circ}{\pi}$
75. Se lämplig lärobok, t.ex. Forsling/Neymark
76. Se lämplig lärobok, t.ex. Forsling/Neymark
77. Se lämplig lärobok, t.ex. Forsling/Neymark
78. Se lämplig lärobok, t.ex. Forsling/Neymark
79. Se lämplig lärobok, t.ex. Forsling/Neymark
- 80.

