

Grafisk Teknik

Rastrering

Övningar med lösningar/svar

Sasan Gooran (HT 2004)

Det här lilla häftet innehåller ett antal räkneuppgifter med svar och i vissa fall med fullständiga lösningar. Uppgifterna är hämtade från tentorna i kursen Grafisk teknik (TNM011) fr.o.m. HT 2001 t.o.m. VT 2004. De här uppgifterna täcker dock bara en del av kursen som handlar om rastning. De grundläggande teorier som behövs för att kunna lösa dessa uppgifter går igenom under kursens föreläsningar och även finns i kursmaterialen som distribueras under kursen.

Sasan Gooran

Augusti 2004

Övningar:

1. Hur mycket minne behövs det för att spara en 1000 x 1000 pixels färgbild i RGB-format?

2. Hur mycket kan man maximalt förstora en bild (jämfört med originalet) om inläsningsupplösningen är 1200 ppi och rastertätheten är 150 lpi? Resonera!

3. Ett färgfoto som har skannats med 100 ppi behöver 1,8 Mbytes minne. Hur stor är fotots area i cm^2 ? (En tum är ca 2.5 cm)

4. Ett färgfoto som har arean 375 cm^2 har skannats med 100 ppi. Hur mycket minne behövs för den digitala bilden? Skriv hela lösningen! **Ledning:** En tum är ca 2.5 cm.

5. Ett färgfoto med arean $62,5 \text{ cm}^2$ har skannats. Den digitala färgbilden som är 10,8 Mbytes stor skall tryckas med högsta möjliga kvalitén.

- Bilden FM-rastreras. Med vilken utskriftsupplösning (*dpi*) skall bilden tryckas för att den tryckta bilden skall bli lika stor som fotot? Resonera!
- Bilden AM-rastreras. Med vilken rastertäthet (*lpi*) skall bilden tryckas för att den tryckta bilden skall bli dubbel så stor (d.v.s. fyra gånger större i arean) som fotot? Resonera!

(**Ledning:** En tum är ca 2,5 cm)

6. Lasse har köpt en digitalkamera med 4 megapixel i upplösning och 8MB inbyggt minne. Försäljaren sade att man kan spara bilderna i jpg-format och en jpg-bild behöver ca 1/6 minne jämfört med en vanlig RGB-bild. När Lasse köpte kameran fick han en HP deskjet 5150 på köpet.

Hjälp Lasse med hans frågor!

- Hur många färgbilder i jpg-format kan jag spara på det inbyggda minnet om jag utnyttjar alla de här 4 Mpixlarna för varje bild?
- Är det möjligt att veta vad min bild ska ha för upplösning (pixel x pixel) så att den bild jag trycker med min skrivare ska bli 15 x 10 cm? Om inte vad behöver jag veta mer och varför? (En tum är ca 2,5 cm)
- Jag tog en bild och skrivit ut den. Jag tycker att den är för liten, jag vill minst fördubbla den tryckta bildens storlek. Vad ska jag göra? Ge mig minst två förslag!

7. Tabellrastrera bilden nedan genom att använda medelvärdet (summan) av varje 2×2 omgivning i originalbilden som en index till ett rasteralfabet. Hur många grånivåer kan representeras?

0.2	0.3	0.1	0.1
0.4	0.5	0.1	0.1
0.6	0.7	0.1	0.9
0.5	0.9	0.4	0.4

8. Vi ska rastrera bilden nedan och vill bara ha 5 gråtoner. Bildens pixelvärden ligger mellan 0 och 1.

- Rastrera bilden enligt tröskelrastrering. Skriv även tröskelmatrixen och resonera för ditt val!
- Rastrera bilden enligt tabellrastrering. Förklara hur du gör!

0.2	0.3	0.1	0.1
0.4	0.5	0.1	0.1
0.6	0.7	0.1	0.9
0.5	0.9	0.4	0.4

9. Rastrera bilden nedan enligt tabellrastrering. Varje pixel i bilden skall representeras med en 2×2 rastercell. Förklara hur du gör! (Ledning: resultatet blir 8×8)

0.2	0.3	0.1	0.1
0.4	0.5	0.1	0.1
0.6	0.7	0.1	0.9
0.5	0.9	0.4	0.4

10. Lös följande problem:

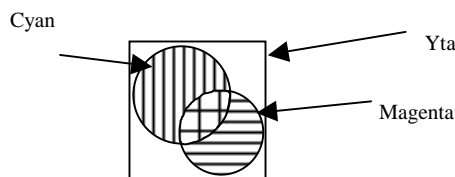
Färgkanalerna till en färgbild rastreras med hjälp av en FM metod och oberoende av varandra. Ekvationssystemet (*Neugebauers* ekvationer) för ytans genomsnittliga X, Y och Z värden är följande:

$$\begin{cases} X_t = 0.16X_c + 0.36X_m + 0.24X_{cm} + 0.24X_p \\ Y_t = 0.16Y_c + 0.36Y_m + 0.24Y_{cm} + 0.24Y_p \\ Z_t = 0.16Z_c + 0.36Z_m + 0.24Z_{cm} + 0.24Z_p \end{cases}$$

X_c , X_m , X_{cm} och X_p betecknar X -värdet för cyan, magenta, blå (cyan på magenta) respektive papperet.

Vilken täckning hade var o en av färgbildens kanaler? Skriv hela lösningsgången. (ledning: Tänk på *Demichels* ekvationer!)

11. Vilken färg (X , Y och Z värden) har följande yta? Vi vet att 60% av ytan är täckt med färg. 20% av ytan är täckt med ren magenta och 10% med blå. All nödvändiga tristimulusvärden finns i tabellen nedan.



	Papper	Cyan	Magenta	Blå
X	90	50	60	40
Y	100	80	30	50
Z	110	100	100	100

12. Använd *Neugebauers* och *Demichels* ekvationer för att lösa följande problem:

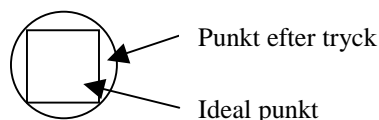
Färgkanaler till en färgbild med 20%, 0% och 40% täckning i dess cyan, magenta och gul separationer rastreras med hjälp av en FM metod och oberoende av varandra. Vi vet X , Y och Z värdena för primära och sekundära färger och det vita papperet. T. ex. X , Y och Z värden för cyan kan betecknas med X_c , Y_c och Z_c o.s.v.

Skriv ekvationen för de genomsnittliga X , Y och Z värdena för den rastrede färgbilden. Skriv hela lösningsgången.

13. Färgkanaler till en färgbild med 10%, 20% och 0% täckning i dess cyan, magenta och gul kanaler rastreras med hjälp av en FM metod och oberoende av varandra. Vi vet X värdena för primära och sekundära färger och det vita papperet, se tabellen nedan.

	Papper	Cyan	Magenta	Blå
X	90	50	60	40

- Vilket X -värde har ytan efter tryck om vi försummar punktförstoringen? (1p)
- Vilket X -värde har ytan efter tryck om vi tar hänsyn till punktförstoringen? För punktförstoring antar vi att punkterna blir cirkulära istället för kvadratiska enligt figuren nedan. Anta att vi inte har några horisontellt eller vertikalt angränsade punkter av samma färg. (π är ca 3).



- c) Hur kompenserar man för punktförstoringen, d.v.s. vilka täckningar skall cyan och magenta kanaler ha innan rasteringen så att vi får samma färg som i a-uppgiften? Resonera!

14. Färgkanaler till en färgbild med 20%, 30% och 0% täckning i dess cyan, magenta och gul kanaler rasteras med hjälp av en FM metod. Vi vet X, Y och Z värdena för primära och sekundära färger och det vita papperet, se tabellen nedan.

	Papper	Cyan	Magenta	Blå
X	90	50	60	40
Y	100	80	30	50
Z	110	100	100	100

- a) Vilket XYZ-värden har ytan om dot-on-dot undviks så mycket som möjligt?
 b) Vilket XYZ-värden har ytan om dot-off-dot undviks så mycket som möjligt?
 c) Vad är det för skillnad mellan färgerna i uppgift a och b? Nämn den skillnad man direkt kan se genom att se XYZ-värdena ovan. Resonera!
 d) Hur räknar man "chromaticity values" x , y utifrån X, Y och Z värden?
 e) Gör om uppgift a om cyan och magenta har täckning 60% resp. 80%.

15. Rastrea bilden nedan enligt felspridningsmetoden (*error diffusion*) med felfiltret till höger. Bildens pixelvärden ligger mellan 0 och 1. Använd 0.5 som tröskelvärde. Skriv hela lösningen!

0.6	0.5
0.8	0.4

Bild

X	0.5
0.5	

Felfilter

16. Bilden nedan har rasterats enligt felspridningsmetoden (*error diffusion*) med felfiltret nedan. Resultatet är bilden till höger. Ge ett förslag på värdena x och y i felfiltret! Bildens pixelvärden ligger mellan 0 och 1 och tröskelvärdet antas vara 0.5. Svaret måste förstås resoneras.

0.3	0.4
0.3	0.6

Bild

X	x
y	

Felfilter


0	0
1	1

Resultat

17. Bilden nedan har rasterats enligt felspridningsmetoden (*error diffusion*) med felfiltret nedan. Resultatet är bilden till höger. Bildens pixelvärden ligger mellan 0 och 1 och tröskelvärdet antas vara 0.5. Svara på följande frågor och resonera!

0.2	0.6
0.4	0.2

Bild

	x
y	

Felfilter

0	1
1	0

Resultat

- Skriv alla villkoren som x och y måste uppfylla för att det här ska funka! (4 villkor)
- Förenkla villkoren ovan så mycket som möjligt! (det återstår 2 enkla villkor)
- Ge ett förslag på x och y !

Lösningar och Svar

1. **Svar:** 3 Mbytes

2. **Svar:** 4 ggr

3. **Lösning:**

Antag att bilden är $x \times y$ tum stor. Eftersom antalet sampel per tum är 100 enligt uppgiften då har den digitala bilden $100x$ pixlar i x -led och $100y$ pixlar i y -led. Därför består den digitala bilden av $100x \cdot 100y = 10000xy$ pixlar. En pixel i en färgbild behöver 3 bytes (en byte för Röd, en byte för Grön och en byte för Blå) och därför behöver den digitala bilden $30000xy$ Bytes.

$$30000xy = 1.8 \cdot 10^6 \Rightarrow xy = 60 \quad \text{tum}^2 = 60 \cdot (2.5)^2 = 375 \quad \text{cm}^2$$

Bildens area är alltså 375 cm^2 .

4. **Svar:** 1.8 Mbytes

5. **Lösning:**

Först hittar vi ppi . På samma sätt som i uppgifterna 3 och 4 kan vi hitta ppi , vilket blir 600.

- Det är FM rastering och förstoringfaktor är 1, därför är dpi lika med ppi , d.v.s. svaret är 600 dpi.
 - Enligt tumregeln har vi $ppi = \text{förstoringsfaktor} \cdot 2 \cdot lpi$. Enligt uppgiften är förstoringfaktor 2, och därför blir $lpi = ppi/4$ d.v.s. 150.
-

6. **Svar:**

- 4 jpg-bilder
 - Nej. Man måste veta den upplösning i vilken man skriver ut bilden för att kunna veta hur stor bilden blir.
 1. Öka antalet pixlar i den digitala bilden, t.ex. i PhotoShop. 2. Minska utskriftsupplösningen. Om bildens storlek skall fördubblas i varje led skall upplösningen (dpi) halveras.
-

7. **Lösning:**

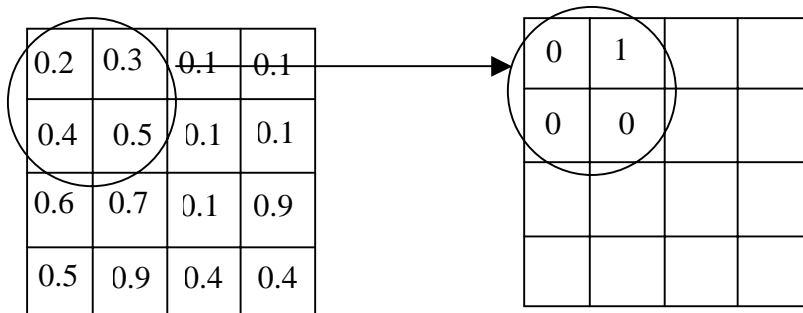
I den här uppgiften har man inte sagt någonting om tabellernas storlek. Därför är det enklast att välja tabellerna lika stora som omgivningarna i bilden, dvs 2×2 enligt uppgiften. Eftersom vi har valt tabellerna 2×2 stora, går det att representera 5 grånivåer.

För varje 2×2 område i bilden räknar vi medelvärdet. I den här uppgiften behöver vi dock inte räkna medelvärdet eftersom både omgivningen och tabellerna är 2×2 och summan i båda fallen delas med 4. Närmast medelvärde i den här uppgiften är ekvivalent med närmast summa.

Område 1 (inom cirkeln i bilden nedan):

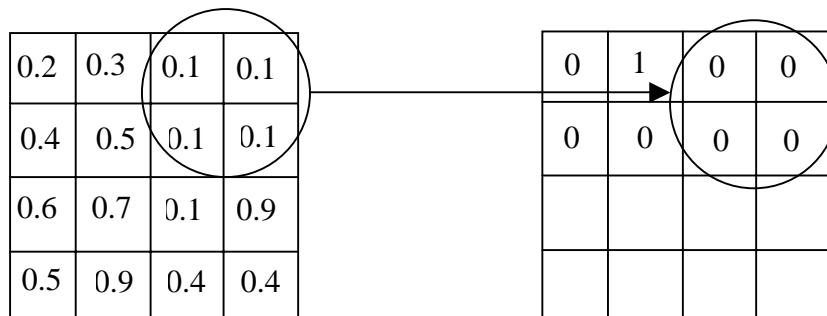
Summa område 1: $0.2 + 0.3 + 0.4 + 0.5 = 1.4$

Vi vet att det motsvarande området i resultatbilden som bara består av 0 och 1 måste ha det närmsta medelvärdet som möjligt. Eftersom vi har valt 2×2 tabeller, måste detta område ha en 1 och tre 0:or. (Anledning, 1.4 avrundas till 1)



Område 2 (inom cirkeln i bilden nedan):

Summa = $0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 = 0.4$ som avrundas till 0.



Område 3:

Summa: $0.6 + 0.7 + 0.5 + 0.9 = 2.7$ (avrundas till 3)

Området 4:

Summa $0.1 + 0.9 + 0.4 + 0.4 = 1.8$ (avrundas till 2)

Svar: (ett av många möjliga rätta svar)

0	1	0	0
0	0	0	0
1	1	1	0
1	0	0	1

8. **Lösning:** (för b-uppgiften se lösningen för uppgift 7)

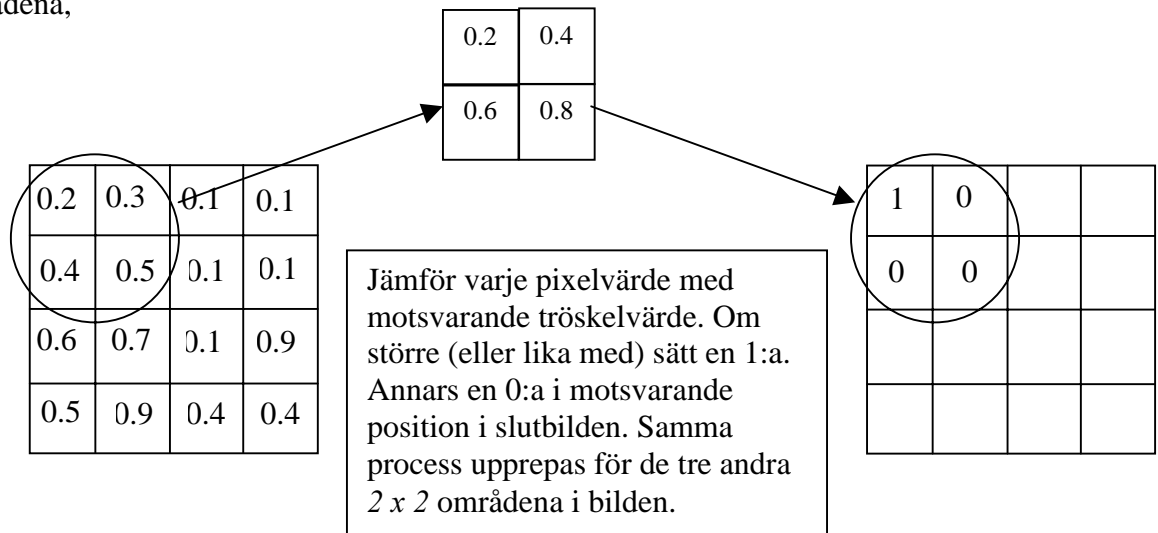
a. Eftersom vi bara vill ha 5 grånivåer räcker det med att använda en 2×2 tröskelmatrix, t.ex. följande,

1	2
3	4

Eftersom bildens pixelvärden ligger mellan 0 och 1, måste tröskelmatriken normeras också. Tröskelvärdena delas med 5 (antalet grånivåer) och vi får följande tröskelmatrix.

0.2	0.4
0.6	0.8

Pixelvärdena i varje 2×2 område i originalbilden jämförs med motsvarande tröskelvärde. Beroende på om pixelvärdet är större eller mindre än tröskelvärdet placeras en 1 resp. 0 i motsvarande position i slutbilden. Bilden nedan visar trösklingen för ett av de fyra 2×2 områdena,



1	0	0	0
0	0	0	0
1	1	0	1
0	1	0	0

9. Översiktlig lösning:

Eftersom varje pixel skall representeras med en 2×2 rastercell (rastertabell) då måste man välja en tabell vars medelvärde är så nära som möjligt pixelvärdet. Eftersom vi vet enligt uppgiften att rastercellerna är 2×2 då har vi 5 olika alternativ och vi väljer

det alternativ som har närmast medelvärde. De möjliga fem medelvärden är 0, 0.25, 0.5, 0.75 och 1. T.ex. om vi börjar med första pixeln som har värdet 0.2 då är det medelvärdet 0.25 närmast, d.v.s. en rastercell med en etta och tre nollor. För pixeln med värdet 0.7 då är 0.75 närmast, d.v.s. en rastercell med tre 1:or och en 0:a. På detta sätt ersätts varje pixel i bilden med en 2 x 2 rastercell och svaret blir därför en 8 x 8 bild. Ett av de många möjliga svaren är följande,

1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1
1	0	1	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0	1

10. Lösning:

Eftersom vi bara har två färger cyan och magenta då kan det förekomma fyra olika fall. Antingen har vi ren cyan, ren magenta, blå (cyan på magenta) eller vitt (ingen färg). Enligt Demichels ekvationer och Ekvationssystemet i uppgiften har vi följande,

$$a_c = c(1 - m) = 0.16$$

$$a_m = m(1 - c) = 0.36$$

$$a_{cm} = cm = 0.24$$

$$a_p = (1 - c)(1 - m) = 0.24$$

Genom att t.ex. lösa den tredje och den första ekvationen kan vi hitta $c = 0.4$. Tredje ekvationen ger oss $m = 0.6$. För att detta skall stämma måste $c=0.4$ och $m=0.6$ uppfylla de två andra ekvationerna, dvs. den andra och den fjärde, vilket de gör, Kolla!

Svar:

Cyan hade täckningen 0.4 eller 40%. Magenta hade täckningen 0.6 eller 60%.

11. Svar:

$$X=67, Y=75, Z=104$$

12. Svar:

$$X = 0.12X_c + 0.32X_y + 0.08X_{cy} + 0.48X_{papper}$$

$$Y = 0.12Y_c + 0.32Y_y + 0.08Y_{cy} + 0.48Y_{papper}$$

$$Z = 0.12Z_c + 0.32Z_y + 0.08Z_{cy} + 0.48Z_{papper}$$

13. Lösning:

- Eftersom färgkanalerna rasteras oberoende av varandra kan man använda Demichels ekvation. Täckningen för cyan blir därför, $0.1 \times (1 - 0.2) = 0.08$. Täckningen för magenta blir, $0.2 \times (1 - 0.1) = 0.18$. Blå och det vita papperet får täckningarna $0.1 \times 0.2 = 0.02$ respektive $(1 - 0.1) \times (1 - 0.2) = 0.72$. X värdet blir därför lika med, $0.08 \times 50 + 0.18 \times 60 + 0.02 \times 40 + 0.72 \times 90 = 80.4$.
- Eftersom punkterna blir större, får cyan och magenta nya täckningar. Genom enkel geometri kan man räkna ut att cirkelns area är ca 1.5 ggr större än kvadratens. Därför blir täckningarna för cyan och magenta $10 \times 1.5 = 15\%$ respektive $20 \times 1.5 = 30\%$. På samma sätt som uppgift a kan man hitta X värdet. Svar, $X = 75.9$.
- För att få samma färg som i uppgift a måste täckningarna för cyan och magenta när de hamnar på papper vara 10% respektive 20%. Vi vet ju att punkterna blir 1.5 ggr större därför måste ursprungliga täckningarna vara 1.5 ggr mindre för att få exakt samma färg i tryck. Svar, täckning för cyan = $10/1.5 = 6.67\%$ och täckning för magenta = 13.34%.

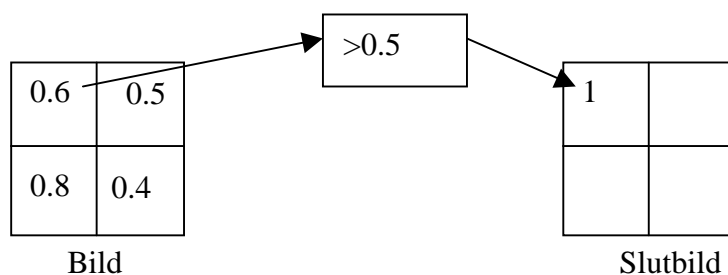
14. Svar:

- $X=73, Y=75, Z=105$
- $X=77, Y=83, Z=107$
- Färgen i uppgift b är ljusare ty dess Y-värde är högre.
- Se kursmaterialet.
- $X=50, Y=48, Z=100$

15. Lösning:

Vi börjar med pixeln upp till vänster och går genom bilden pixel för pixel från vänster till höger, och uppifrån neråt.

Vi börjar med första pixeln som har värdet 0.6. Tröskelvärdet är enligt uppgiften 0.5, och $0.6 > 0.5$ och därför placerar vi en etta i motsvarande position i slutbilden.



Pixelvärdet 0.6 har ersatts med 1, dvs

$$\mathbf{fel} = 0.6 - 1 = -0.4$$

Detta fel sprids till närliggande pixlar med hjälp av felfiltret. Uppgiftens felfilter har två vikter som är lika med 0.5, det ena till höger om, och den andra under pixeln där vi befinner oss nu. Därför felet viktas med dessa värden och läggs till grannpixlarna.

$$0.5 \text{ (pixeln till höger om 0.6)} \rightarrow 0.5 + (-0.4) * 0.5 = 0.3$$

$$0.8 \text{ (pixeln under 0.6)} \rightarrow 0.8 + (-0.4) * 0.5 = 0.6$$

De nya värdena i ursprungsbilden blir nu,

0.6	0.3
0.6	0.4

Bild

Nu går vi till nästa pixel som nu har värdet 0.3. Vi upprepar processen. 0.3 är mindre än trösklet 0.5 och därför placerar vi en nolla i motsvarande position i slutbilden. Vi får ett nytt fel,

$$\mathbf{fel} = 0.3 - 0 = 0.3$$

Felet sprids till grannpixlarna. I det här fallet har vi ingen pixel till höger och därför räcker det bara med att sprida felet till pixeln under som har värdet 0.4,

$$0.4 \rightarrow 0.4 + 0.3 * 0.5 = 0.55$$

0.6	0.3
0.6	0.55

Bild

1	0

Slutbild

Nu går vi till nästa pixel som har värdet 0.6. Trösklar med 0.5, den är större då placeras en etta och felet blir,

$$\mathbf{fel} = 0.6 - 1 = -0.4.$$

Felet i det här fallet bara sprids till pixeln till höger,

$$0.55 \rightarrow 0.55 + (-0.4) * 0.5 = 0.35$$

0.6	0.3
0.6	0.35

Bild

1	0
1	

Slutbild

Vi går till nästa pixel som har värdet 0.35 och detta är bildens sista pixel. Värdet är mindre än 0.5 och en nolla sätts på motsvarande position och slutbilden är klar.

1	0
1	0

Slutbild

16. Svar:

Genom att göra liknande räkningar som föregående kan man hitta lämpliga x och y värden. Observera att summan av vikterna i felfiltret är alltid lika med 1. Dvs i det här fallet $x + y = 1$. Därför har vi egentligen bara en obekant, x . Genom att räkna och sätta villkor kan man finna att x måste vara mindre än $1/3$ för att det här skall stämma. Därför blir ett lämpligt svar, t.ex. $x=0.3$ och $y=0.7$.

17. Svar:

Precis som förra uppgiften, tänk först på det faktum att x och y är icke negativa och att $x + y = 1$. Då kan man sätta upp villkoren och slutligen finna att, x måste vara mindre än 0.5 för att det här ska funka. Ett förslag på x och y kan vara t.ex. $x=0.4$ och $y=0.6$.
