Oktober 2012

Efterarbete ”Linjärt beroende. Bas. Koordinater”

1. Begreppet linjärt beroende vektorer har sin grund i begreppet parallella vektorer. Vi säger att två vektorer är parallella om de pekar åt samma/motsatt håll. Detta betyder att den ena vektorn är en sträckning av den andra eller som vi numera säger att den ena vektorn är en linjärkombination i den andra. Det finns situationer där begreppet parallella vektorer inte räcker till, t.ex. när vi har minst tre vektorer eller när vektorerna ligger i ett fyrdimensionellt rum. Här tar begreppet linjärt beroende vid. Vi säger att en mängd av tre (eller fler) är linjärt beroende om minst en vektor är en linjärkombination i de övriga, d.v.s. alla stegländerna lambda är ej noll i definitionen. Eftersom det är arbetsamt att gå igenom en vektor i taget och undersöka om den är linjärkombination i de övriga, så tar vi och gör detta en gång för alla med hjälp av definitionen för linjärt beroende. Om alla steglängderna lambda är noll så kan vi inte uttrycka någon vektor i de övriga. Därmed fallerar hela idén med att en vektor är en linjärkombination i de övriga och mängden inte kan vara linjärt beroende. Vi säger i så fall att mängden är linjärt oberoende.

2. Om vektorn v1 är linjärkombination i v2 och v3 så medför det att mängden {v1,v2,v3} är linjärt beroende. Däremot om mängden {v1,v2,v3} är linjärt beroende så är det inte säkert att vektorn v1 är linjärkombination i v2 och v3; det kan vara så att vektorerna v2 och v3 är parallella.

3. Tanken med en bas för rummet (eller planet) är att man kan komma åt varje vektor i rummet. Lika viktigt är att detta sker på exakt ett sätt, d.v.s. det finns entydiga koordinater (steglängderna längs basvektorer). För rummet betyder detta att en bas ska ha tre basvektorer som är linjärt oberoende. Har vi färre basvektorer än tre så kommer vi inte åt alla vektorer i rummet och har vi fler än tre så finns det flera vägar att ta för att beskriva en vektor och därmed blir koordinaterna inte entydiga. Detta sammanfattar vi med att en bas ska ha rätt antal linjärt oberoende basvektorer.

4. Här ser vi två helt skilda sätt att beskriva vektorn u på. I det första fallet tänker vi oss att u kan, som vilken annan vektor i rummet, beskrivas av basen för rummet och för detta behövs koordinater (steglängder) för alla tre basvektorerna. I det andra fallet ser vi vektorn u som en linjärkombination i v1 och v2 och då räcker det med två steglängder (koordinater) längs v1 resp. v2 för att nå u. Tänk på när vi markerar en punkt i ett xy-koordinatsystem i vårt skrivblock, punkten finns också i det tre-dimensionella rummet vi befinner oss i.

5. När vi inför en ny bas f så betyder det nya vägar och därmed nya steglängder (koordinater) för att beskriva en given vektor u på. Vi tänker oss då att vektorn u ligger stilla men att vi tar nya steglängder längs de nya basvektorerna i f och självklart tänker vi på att vi kan parallellförflytta basvektorerna i basen f för att nå ut till u.